

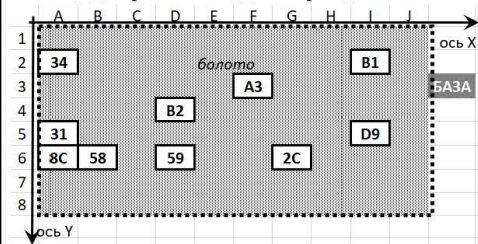
Шифр 11-4-4



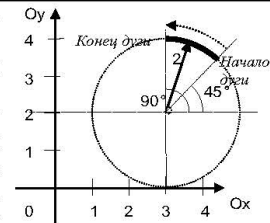
Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»
Информационно - технологическое направление
Заключительный тур 2020 г.
11 класс

№	Задание	Ответы	баллы
1	На каждой грани куба написано одно натуральное число больше единицы. Для каждой вершины Ваня посчитал произведение чисел, написанных на гранях, которым принадлежит эта вершина. Сумма всех посчитанных произведений оказалась равна 255. Найдите сумму чисел, написанных на гранях куба.		10
2	Найдите наименьшее значение выражения $F = x^2 + y^2 + 18x + 10y$, если переменные x и y удовлетворяют неравенству $ x - 5 + y - 12 \leq 3$.		15
3	Из множества пятизначных чисел, записанных следующими пятью цифрами 2, 4, 4, 8, 8, наудачу выбирают одно число. Найдите вероятность того, что оно не делится нацело на 4.		25
4	При передаче секретной числовой информации количеством N цифр отправитель посылает получателю $N+1$ десятичное число. Согласно принятой схеме шифрования первое десятичное число является базовым для расшифровки. Прочие N чисел – числа-фильтры, которые позволяют сформировать цифры числа-результата. Все числа преобразуются в двоичный код. Для получения цифр числа результата используются числа-фильтры, определяя значимую часть передаваемой секретной информации: 0 в разряде числа-фильтра - означает, что данный бит базового числа следует игнорировать; 1 в разряде числа-фильтра означает, что данный бит базового числа формирует результат. Например, последовательность чисел «134 224 14 7» передает число 436. Определите, какое число в десятичной системе счисления передано с использованием данной схемы кодирования, если была отправлена следующая информация: 204 14 112 56		10
5	Робот Лягушка перемещается в соответствии с инструкциями, закодированными в двоичной системе счисления. Каждая инструкция длиной 8 бит: первый бит определяет направление прыжка по оси X (0 - по оси X , 1 - против оси X); следующие три бита определяют длину прыжка в клетках; пятый бит определяет направление прыжка по оси Y (0 - по оси Y , 1 - против оси Y); следующие три бита определяют длину прыжка в клетках. На кочках заданы инструкции для робота Лягушка; на рисунке они записаны в шестнадцатеричном коде. Кочки на рисунке изображены белыми прямоугольниками; имена кочек складываются из букв английского алфавита по оси X и цифры по оси Y ; серый фон - болото. Определите кочку, единственным исправлением инструкции на которой роботу Лягушке обеспечивается благополучное возвращение на базу с любой		15

кочки болота. В ответе укажите имя кочки и новую инструкцию в шестнадцатеричном коде, которая должна быть на ней написана.



Робот Циркуль имеет возможность рисовать любые фигуры на координатной плоскости, состоящие из дуг, с помощью команды $\text{arc}(x,y,u1,u2,r)$. По команде $\text{arc}(x,y,u1,u2,r)$ Циркуль рисует дугу окружности с радиусом r , центр которой имеет координаты (x,y) , начало и конец дуги определяются углами градусной меры $u1$ и $u2$ соответственно. Ось абсцисс соответствует углу ноль градусов. Дуга рисуется от начала до конца против часовой стрелки. Например, команда $\text{arc}(3, 2, 45, 90, 2)$ приведет к рисованию следующей фигуры:



Команда $\text{cycle } k$ (<список команд>) позволяет повторять список команд, указанный в скобках, k раз.

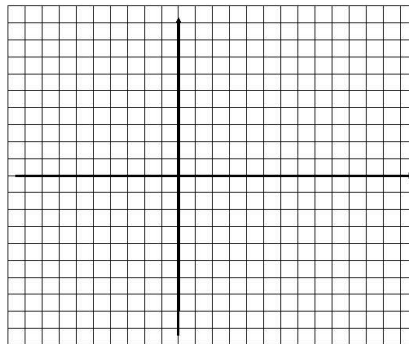
Циркуль умеет работать с целочисленными переменными (тип переменных не объявляется). Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения « $=$ »; например, для переменной s s =<новое значение s >, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов « $+$ », « $-$ », « $/$ », « $*$ ».

6 Изобразите, что нарисует Циркуль согласно следующей программе:

```

y = 1
dy = 5
cycle 5 (
x = -8
cycle dy + 5 (
arc(x, y + dy, 90 + 90 * y, 270 + 90 * y, 2)
y = -y
x = x + 2
)
dy = dy - 2
)

```



25

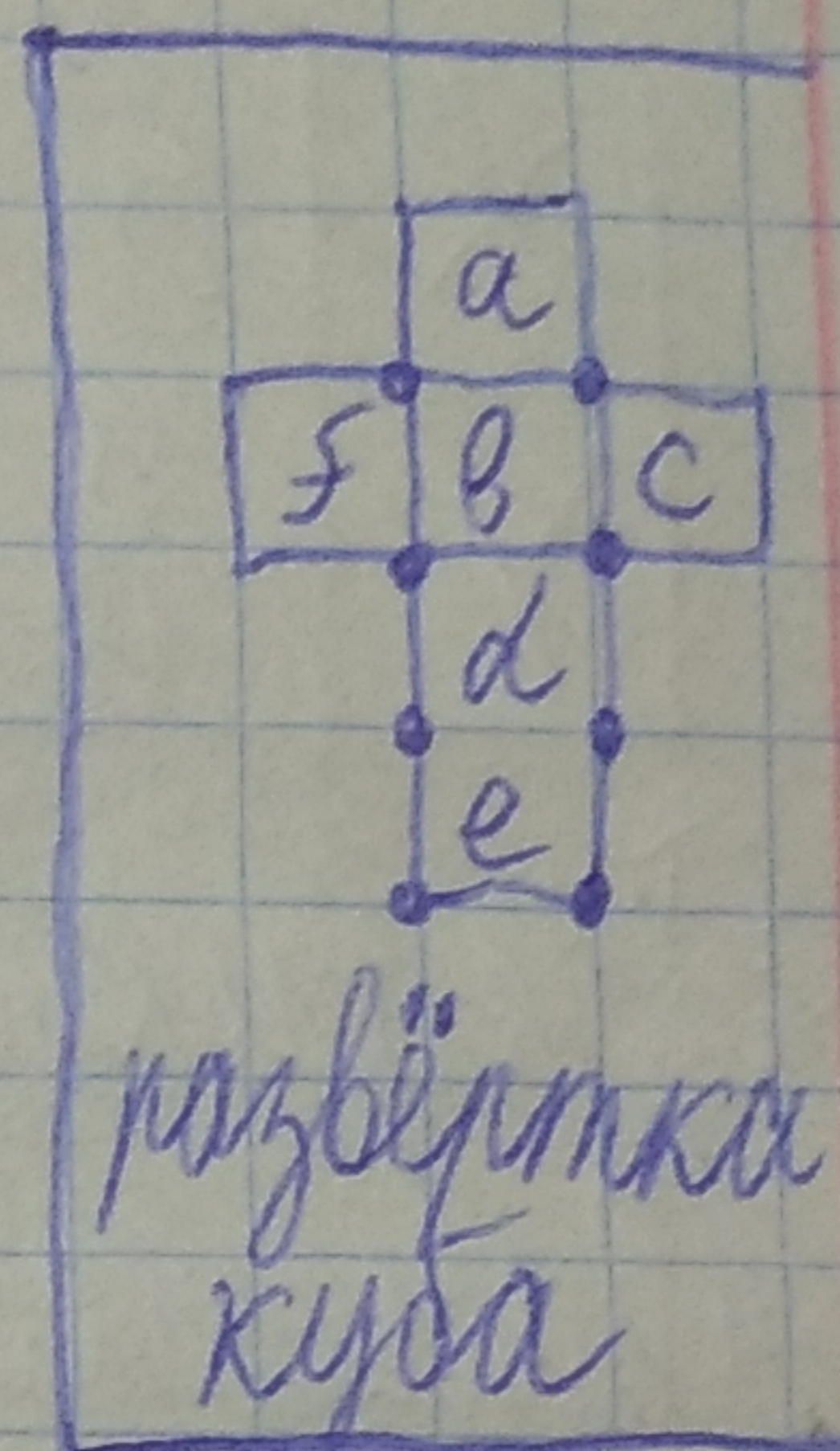
Решение заданий по математике.

11-4-4

№1.

Пусть на гранях куба написаны числа a, b, c, d, e, f . Тогда:

$$abc + abf + bcd + bdf + dce + def + ace + aef = 255;$$



$$\begin{aligned} ab(c+f) + bd(c+f) + de(c+f) + ae(c+f) &= \\ = (ab + bd + de + ae)(c+f) &= (a(b+e) + d \cdot \\ \cdot (b+e))(c+f) &= (a+d)(b+e)(c+f) = 255. \end{aligned}$$

Число 255 раскладывается на множители единственным способом: $255 = 3 \cdot 5 \cdot 17$.

Значит: $(a+d)(b+e)(c+f) = 3 \cdot 5 \cdot 17$;

$$(a+d) + (b+e) + (c+f) = 3 + 5 + 17 = 25.$$

Ответ: сумма чисел на гранях куба = 25.

№2.

$$F = x^2 + y^2 + 18x + 10y = x(x+18) + y(y+10).$$

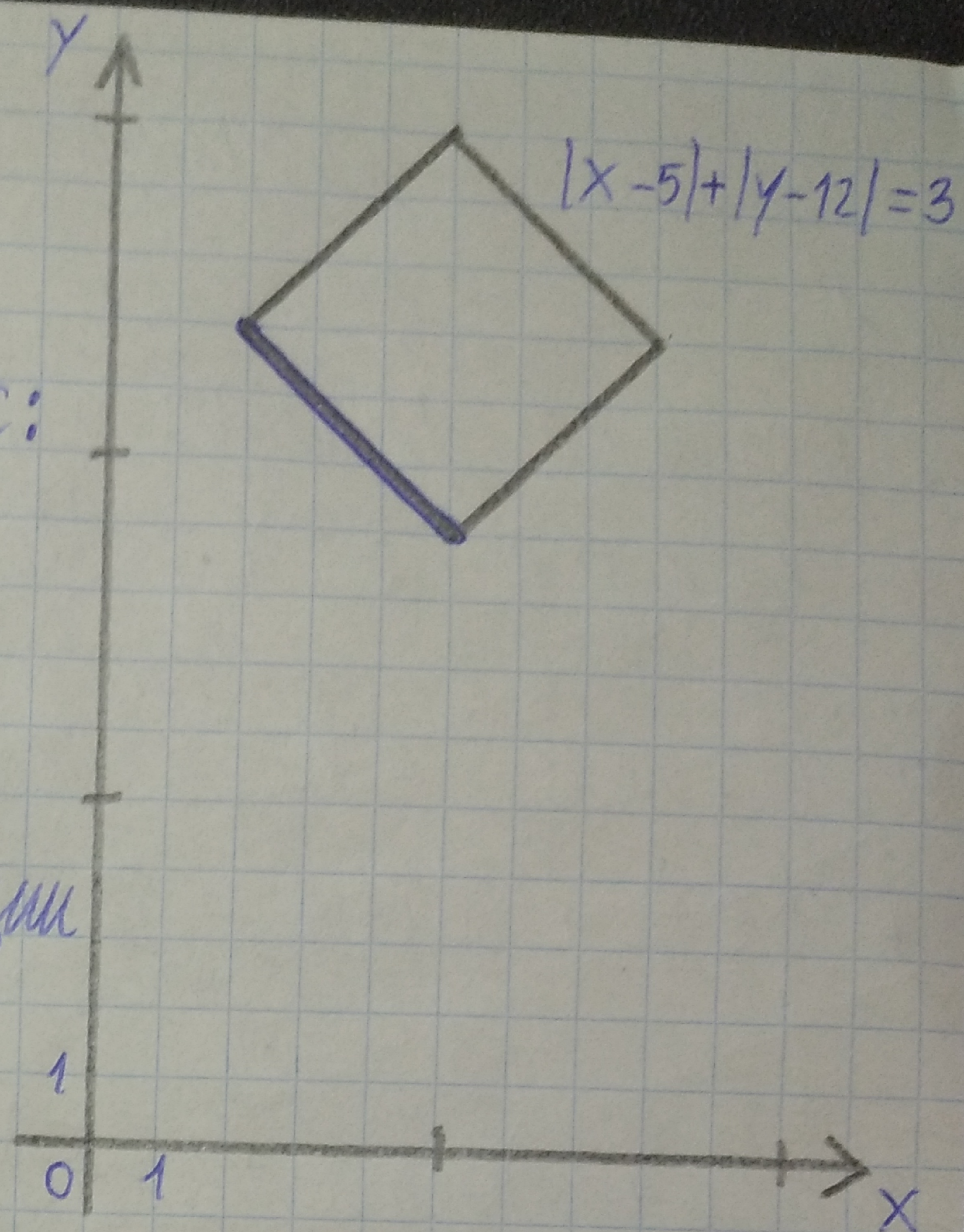
$$|x-5| + |y-12| \leq 3.$$

F наименьшее - ?

1

Введём функцию
 $|x-5| + |y-12| = 3$ и
 построим её график:

x	5	4	3	2
		6	7	8
y	9	10	11	12
	15	14	13	12



Графиком данной функции является квадрат, а все точки внутри этого квадрата являются решениями неравенства $|x-5| + |y-12| < 3$.

Значение F тем меньше, чем меньше x и y . Значит, при F_{\min} x и y принадлежат выделенному ручкой участку графика.

Подставим целые значения x и y в F и вычислим:

x	2	3	4	5
y	12	11	10	9
F	304	294	288	286

Мы видим, что наблюдается зависимость F от x и y и что F_{\min} при y_{\min} ; $F_{\min} = 286$.

2

Ответ: $F_{\min} = 286$.

№3.

Число нацело делится на 4, если его последняя цифра : 4, а предпоследняя цифра : 2.

То есть, из заданного множества чисел на 4 нацело не делятся только те числа, которые оканчиваются двойкой.

И.к. нам дано 5 цифр : 2, 4, 4, 8, 8, — ~~каждая~~ ~~каждая~~ каждая из которых встречается в 5-значном числе один раз, то всего таких чисел может быть $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$.

Если число не кратно четырёх, то оно оканчивается двойкой, значит, мы точно знаем расположение одной из цифр числа. Таких чисел $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 4! = 24$.

Из-за того, что некоторые цифры одинаковы, некоторые числа повторяются, ~~но~~ ~~но~~ отношение числа этих повторений в двух найденных количествах чисел одинаково. Тогда $P = \frac{24}{120} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} = 0,2$.

Ответ: $P = 0,2$.

Решение заданий по информатике.

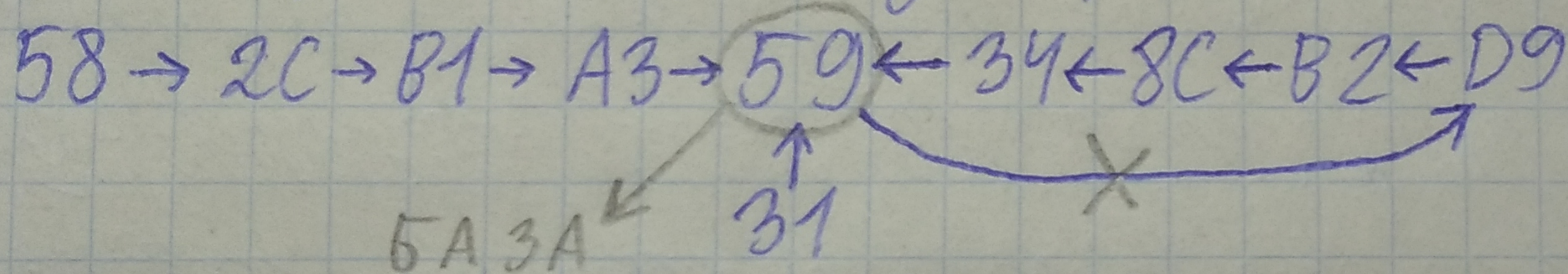
11-4-4

№ 5.

Сначала декодируем инструкции для каждой кошки:

34	$x+3; y+4$	59	$x+5; y-1$
31	$x+3; y+1$	A3	$x-2; y+3$
8C	$x-0; y-4$	2C	$x+2; y-4$
58	$x+5; y-0$	B1	$x-3; y+1$
B2	$x-3; y+2$	D9	$x-5; y-1$

Построим схему перемещений лягушки:



~~Исправление~~ Исправление схемы для успешного возвращения из любой точки помещено карандашом.

$$59 \xrightarrow{x+7; y+3} \text{BA3A}$$

$$x+7; y+3 \rightarrow 01110011 \rightarrow 73 \text{ (Новая инструкция)}$$

Ответ: 59 → 73.